

**OF3 K1-1**

Tijelo obješeno o oprugu nalazi se, u trenutku  $t = 0\text{ s}$ , 20 mm od ravnotežnog položaja i giba se brzinom od  $-4\text{ cm/s}$  i akceleracijom  $-8\text{ cm/s}^2$ . Odredite period titranja te prikažite grafički ovisnost akceleracije o vremenu.

$$x(0) = 20\text{ mm} = 2\text{ cm}$$

$$v(0) = -4\text{ cm s}^{-1}$$

$$a(0) = -8\text{ cm s}^{-2}$$

$a - t$  graf,  $T = ?$

## Harmonijski oscilator

Položaj tijela, koje harmonijski titra, dan je u ovisnosti o vremenu relacijom

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

pa njegova brzina i akceleracija iznose

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \quad , \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x(t) .$$

Period i (kutna) frekvencija povezani su relacijom

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} .$$

Kako je

$$a(t) = -\omega^2 x(t) ,$$

kutnu frekvenciju možemo izračunati iz omjera akceleracije i položaja u trenutku  $t = 0\text{ s}$

$$\omega^2 = -\frac{a(0)}{x(0)} = -\frac{-8\text{ cm s}^{-2}}{2\text{ cm}} = 4\text{ s}^{-2} \Rightarrow \omega = 2\text{ rad s}^{-1}$$

pa je period

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi\text{ s} .$$

Za nacrtati  $a-t$  graf potrebno je pronaći još fazni pomak  $\varphi$  i amplitudu  $A$ . Kako je

$$\frac{v(t)}{x(t)} = -\omega \operatorname{tg}(\omega t + \varphi)$$

u trenutku  $t = 0\text{ s}$  imamo

$$\operatorname{tg}(\varphi) = -\frac{v(0)}{\omega x(0)}$$

$$\operatorname{tg}(\varphi) = -\frac{-4\text{ cm s}^{-1}}{2\text{ s}^{-1} \cdot 2\text{ cm}} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

Iz položaja u trenutku  $t = 0\text{ s}$

$$x(0) = A \cos(\varphi)$$

dobivamo i amplitudu

$$A = \frac{x(0)}{\cos(\varphi)}$$

$$A = \frac{x(0)}{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{2\text{ cm}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 2\sqrt{2}\text{ cm}$$

Zašto nije rješenje i  $\varphi = 5\pi/4$  kada je  $\text{tg}(5\pi/4) = 1$

Postoje 2 glavne mjere kuta za koje je tg jednak 1

$$\text{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \text{tg}\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 1$$

Međutim za ovaj slučaj uzimamo samo  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  kao rješenje jer drugo rješenje ne zadovoljava zadane početne uvjete:  $x(0) > 0$ ,  $v(0) < 0$ ,  $a(0) < 0$ . Po definiciji je  $A, \omega, \omega^2 > 0$ .

Za  $\varphi = \pi/4$  početni uvjeti su ZADOVOLJENI jer

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) > 0 \Rightarrow x(0) > 0, v(0) < 0, a(0) < 0$$

Za  $\varphi = 5\pi/4$  početni uvjeti NISU ZADOVOLJENI jer

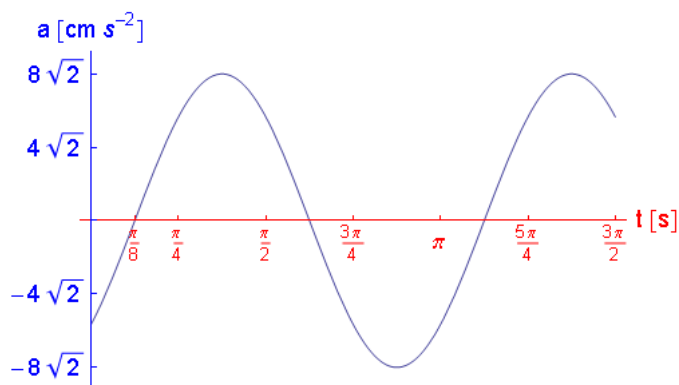
$$\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right), \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) < 0 \Rightarrow x(0) < 0, v(0) > 0, a(0) > 0$$

pa odbacujemo rješenje  $\varphi = 5\pi/4$ .

Znači, akceleracija tijela iznosi

$$a(t) = -8\sqrt{2} \cos\left(2s^{-1}t + \frac{\pi}{4}\right) \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$a(t) = -8\sqrt{2} \cos\left[2\left(s^{-1}t + \frac{\pi}{8}\right)\right] \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$



**OF3 K1-2**

Voda se giba brzinom od 2 m/s u smjeru gibanja podmornice A koja se giba brzinom 5 m/s prema podmornici B te emitira zvuk frekvencije jednake petom harmoniku koji nastaje u cijevi (duljine 5 m, ispunjene vodom, zatvorene na jednom kraju). Ako je brzina zvuka u vodi 1530 m/s, a podmornica B giba se suprotno gibanju podmornice A brzinom 27.0 km/h, odredite frekvenciju zvuka koju detektira podmornica B. (Brzine vode i podmornica dane su relativno u odnosu na tlo.)

$$L = 5 \text{ m}$$

$$v_V = 2 \text{ m s}^{-1}$$

$$v'_A = 5 \text{ m s}^{-1}$$

$$v'_B = 27.0 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 27 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 7.5 \text{ m s}^{-1}$$

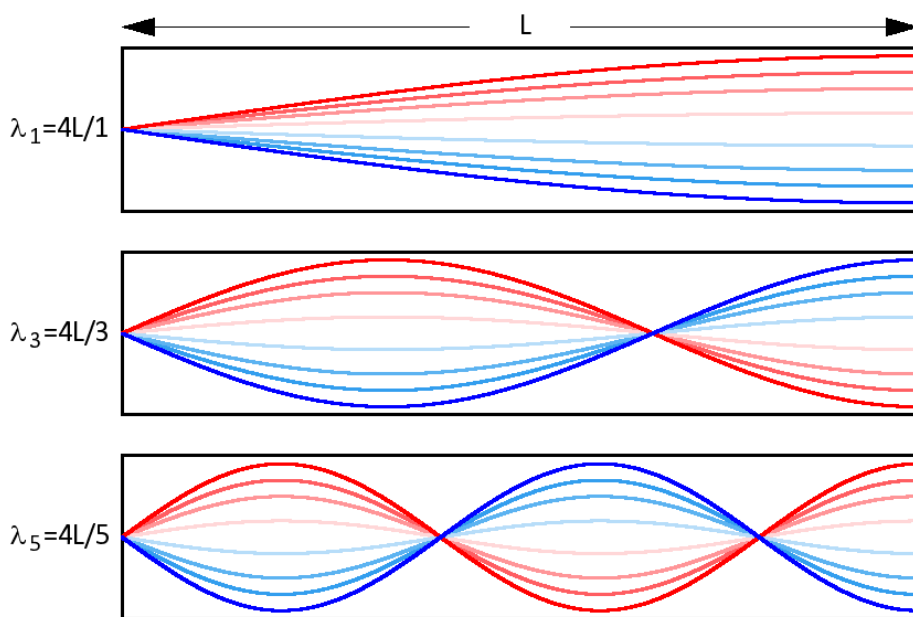
$$v_Z = 1530 \text{ m s}^{-1}$$

$$f_D = ?$$

Viši harmonici u cijevi zatvorenoj na jednom kraju

Stojni valovi, koji imaju jasne čvorove i trbuhe, nastaju pri rezonantnim frekvencijama koje su cjelobrojni višekratnici najniže rezonantne frekvencije. Frekvencija n. harmonika veća je n puta od najniže rezonantne frekvencije (prvog harmonika)

$$f_n = n \cdot f_1 = n \cdot \frac{v_Z}{\lambda_1}$$



Sa slike možemo zaključiti kako u slučaju cijevi zatvorene na jednom kraju nema parnih viših harmonika, a valna je duljina  $(2n-1)$ . harmonika

$$\lambda_{2n-1} = \frac{4L}{(2n-1)} ; n \in \mathbb{N}$$

Frekvencija izvora (zvuk podmornice A) iznosi

$$f_I = f_5 = 5 \cdot f_1 = 5 \cdot \frac{v_Z}{\lambda_1} = 5 \cdot \frac{v_Z}{4L} = 5 \cdot \frac{1530 \text{ m s}^{-1}}{4 \cdot 5 \text{ m}} = 382,5 \text{ Hz} .$$

## Dopplerov efekt

$$f_d = f_i \frac{v_z \pm v_d}{v_z \pm v_i}$$

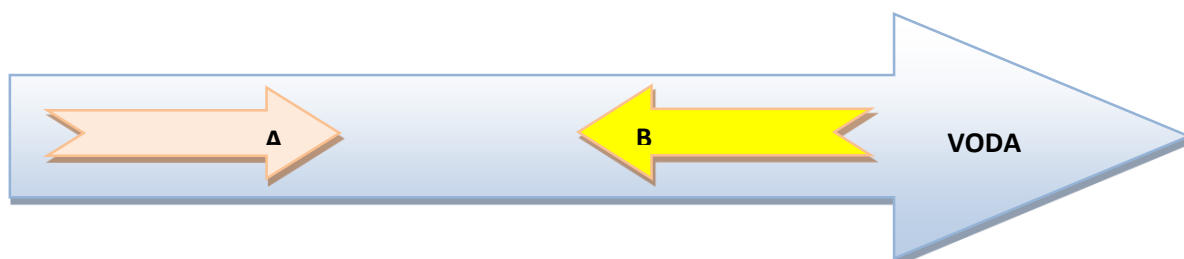
$f_i \equiv$  frekvencija izvora;  $f_d \equiv$  detektirana frekvencija

$v_z \equiv$  brzina zvuka u mediju

$v_i \equiv$  brzina izvora u odnosu na medij

$v_d \equiv$  brzina detektora u odnosu na medij

Predznaci se biraju tako da  $f_d$  teži povećanju ako se radi o približavanju, te smanjivanju ako se radi o udaljavanju.



Kako se medij (voda) giba brzinom  $v_V$ , a brzine podmornica A i B dane su u odnosu na tlo, potrebno je izračunati relativne brzine podmornica u odnosu na medij kojim se prenosi zvuk

$$v_I = v'_A - v_V = 5 \text{ m s}^{-1} - 2 \text{ m s}^{-1} = 3 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_D = v'_B + v_V = 7.5 \text{ m s}^{-1} + 2 \text{ m s}^{-1} = 9.5 \text{ m s}^{-1}$$

Frekvencija, koju detektira podmornica B, iznosi (u brojniku + jer se detektor giba prema izvoru pa detektirana frekvencija teži povećanju, u nazivniku – jer se izvor giba prema detektoru pa detektirana frekvencija teži povećanju)

$$f_D = f_I \frac{v_z + v_D}{v_z - v_I} = 382,5 \text{ Hz} \frac{1530 \text{ m s}^{-1} + 9.5 \text{ m s}^{-1}}{1530 \text{ m s}^{-1} - 3 \text{ m s}^{-1}} = 382,5 \text{ Hz} \frac{1539.5}{1527}$$

$$f_D = \mathbf{385,63 \text{ Hz}}$$

**OF3 K1-3**

Voda se giba u odnosu na tlo brzinom 1 m/s prema sjeveru. Podmornica A giba se relativno u odnosu na podmornicu B brzinom 2 m/s prema B, koja se giba prema sjeveru relativno u odnosu na tlo brzinom 18 km/h. Podmornica A emitira zvuk frekvencije jednake četvrtom harmoniku koji nastaje na žici (mase 200g, duljine 5 m, napete silom od 10 N, učvršćenom na oba kraja). Ako je brzina zvuka u vodi 1530 m/s, odredite frekvenciju zvuka koju detektira podmornica B.

$L = 5 \text{ m}$

$m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}$

$n = 4$

$F = 10 \text{ N}$

$v_{AB} = 2 \text{ m s}^{-1}$

$v_{BT} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 18 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 5 \text{ m s}^{-1}$

$v_Z = 1530 \text{ m s}^{-1}$

$v_{H_2O} = 1 \text{ m s}^{-1}$

$f_D = ?$

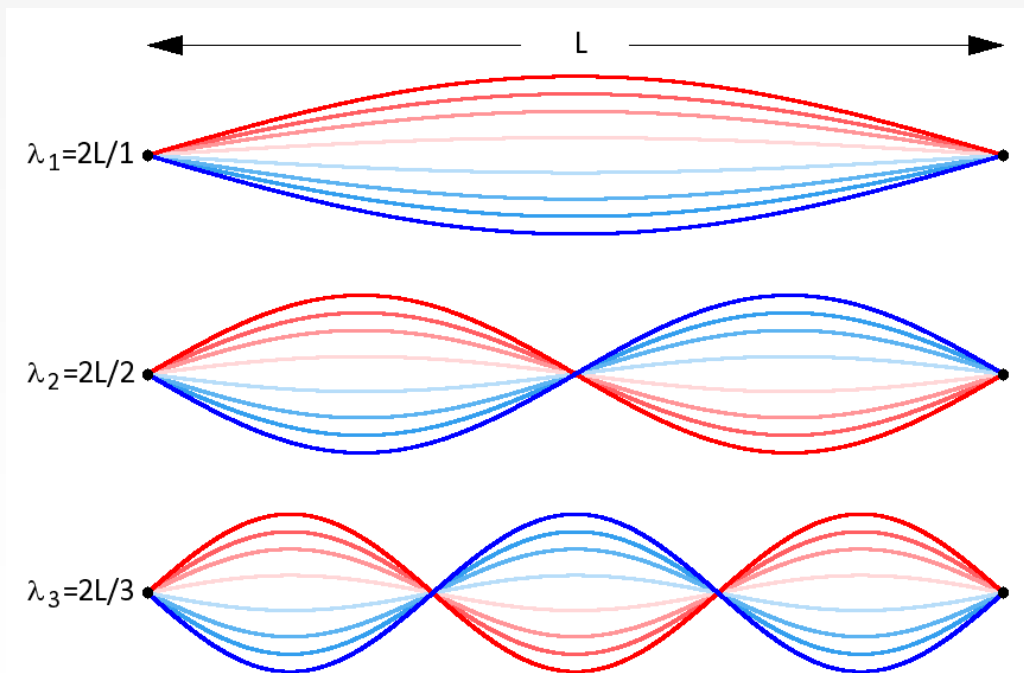
Viši harmonici na žici učvršćenom na oba kraja

Stojni valovi, koji imaju jasne čvorove i trbuhe, nastaju pri rezonantnim frekvencijama koje su cjelobrojni višekratnici najniže rezonantne frekvencije. Frekvencija n. harmonika veća je n puta od najniže rezonantne frekvencije (prvog harmonika)

$$f_n = n \cdot f_1 = n \cdot \frac{v_V}{\lambda_1}$$

gdje je  $v_V$  brzina vala na žici linearne gustoće  $\mu$  napete silom  $F$

$$v_V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \left\{ \frac{\text{napetost niti}}{\text{masa/duljina}} \right\}$$



Sa slike možemo zaključiti kako u slučaju žice učvršćene na oba kraja, valna duljina (n). harmonika iznosi

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} ; n \in \mathbb{N}$$

Frekvencija izvora (zvuka koji proizvodi podmornica A) iznosi

$$f_1 = f_4 = 4 \cdot f_1 = 4 \cdot \frac{v_V}{\lambda_1} = 4 \cdot \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}{\frac{2L}{1}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{F}{\frac{\mu}{L^2}}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{FL}{\frac{m}{L^2}}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{F}{mL}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{10 \text{ kg m s}^{-2}}{0.2 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m}}} = 2\sqrt{10} \text{ s}^{-1}$$

$$f_1 \approx 6,325 \text{ Hz} .$$

#### Dopplerov efekt

$$f_d = f_i \frac{v_z \pm v_d}{v_z \pm v_i}$$

$f_i$   $\equiv$  frekvencija izvora;  $f_d$   $\equiv$  detektirana frekvencija

$v_z$   $\equiv$  brzina zvuka u mediju

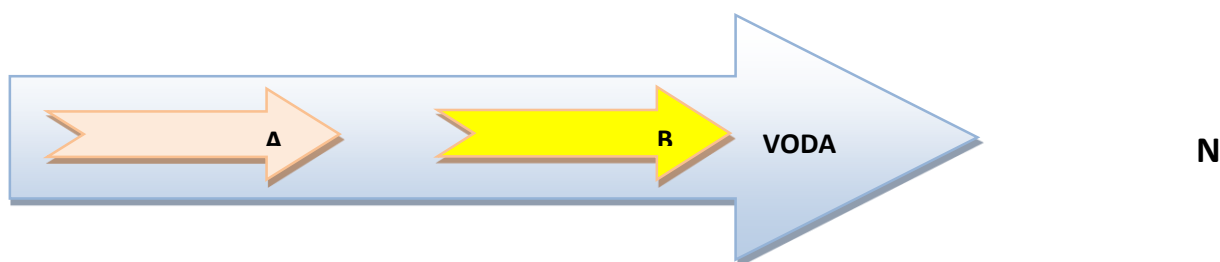
$v_i$   $\equiv$  brzina izvora u odnosu na medij

$v_d$   $\equiv$  brzina detektora u odnosu na medij

Predznaci se biraju tako da  $f_d$  teži povećanju ako se radi o približavanju, te smanjivanju ako se radi o udaljavanju.

Ako ne promatramo međusobne odnose brzina, možemo pretpostaviti 2 slučaja. Podmornica B giba se prema sjeveru, a podmornica A prema podmornici B. Prema tome postoje dvije mogućnosti, podmornica **A** može se gibati **prema sjeveru** (B je bliže sjeveru) ili se podmornica A može gibati **prema jugu** (A je bliže sjeveru).

#### 1. SLUČAJ



Kako se medij (voda) giba brzinom  $v_{H_2O}$ , a brzina  $v_{BT}$  podmornice B (detektora) dana je u odnosu na tlo, potrebno je izračunati relativnu brzinu podmornice u odnosu na medij kojim se prenosi zvuk, odnosno vodu

$$v_D = v_{BT} - v_{H_2O} = 5 \text{ m s}^{-1} - 1 \text{ m s}^{-1} = 4 \text{ m s}^{-1}$$

U ovom slučaju podmornice se gibaju u istom smjeru. Brzina  $v_{AB}$  podmornice A (izvora) dana je u odnosu na podmornicu B, a brzina podmornice B dana je u odnosu na tlo pa je brzina podmornice A u odnosu na tlo

$$v_{AT} = v_{AB} + v_{BT} = 2 \text{ m s}^{-1} + 5 \text{ m s}^{-1} = 7 \text{ m s}^{-1}$$

Relativna brzina podmornice A u odnosu na medij, kojim se prenosi zvuk, odnosno vodu, iznosi

$$v_I = v_{AT} - v_{H_2O} = 7 \text{ m s}^{-1} - 1 \text{ m s}^{-1} = 6 \text{ m s}^{-1}$$

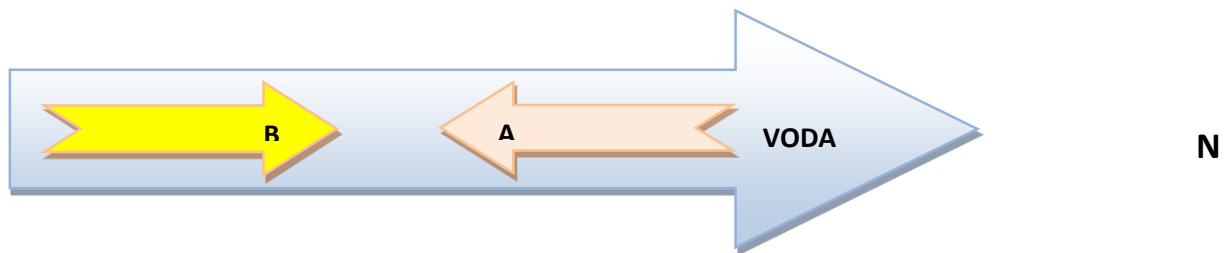
Frekvencija, koju detektira podmornica B, iznosi (u brojniku - jer se detektor giba od izvora pa detektirana frekvencija teži smanjenju, u nazivniku – jer se izvor giba prema detektoru pa detektirana frekvencija teži povećanju)

$$f_D = f_I \frac{v_z - v_D}{v_z - v_I} = 6,325 \text{ Hz} \frac{1530 \text{ m s}^{-1} - 4 \text{ m s}^{-1}}{1530 \text{ m s}^{-1} - 6 \text{ m s}^{-1}}$$

$$f_D = 6,325 \text{ Hz} \frac{1526}{1524}$$

$$f_D = 6,333 \text{ Hz}$$

#### 2. SLUČAJ



Kako se medij (voda) giba brzinom  $v_{H_2O}$ , a brzina  $v_{BT}$  podmornice B (detektora) dana je u odnosu na tlo, potrebno je izračunati relativnu brzinu podmornice u odnosu na medij kojim se prenosi zvuk, odnosno vodu

$$v_D = v_{BT} - v_{H_2O} = 5 \text{ m s}^{-1} - 1 \text{ m s}^{-1} = 4 \text{ m s}^{-1}$$

U ovom slučaju podmornice se gibaju u suprotnom smjeru jedna prema drugoj. Brzina  $v_{AB}$  podmornice A (izvora) dana je u odnosu na podmornicu B, a brzina podmornice B dana je u odnosu na tlo pa je brzina podmornice A u odnosu na tlo

$$v_{AT} = v_{AB} - v_{BT} = 2 \text{ m s}^{-1} - 5 \text{ m s}^{-1} = -3 \text{ m s}^{-1}$$

što bi značilo: A se giba od B što je u kontradikciji sa zadanim (A se giba prema B). Prema tome, jedini mogući slučaj je 1.

#### KOMENTAR:

Oba slučaja bi bila moguća npr. kada bi zadatak bio zadan ovako:

Voda se giba u odnosu na tlo brzinom 1 m/s prema sjeveru. Podmornica A giba se relativno u odnosu na podmornicu B brzinom 5 m/s prema B, koja se giba prema sjeveru relativno u odnosu na tlo brzinom 2 m/s. Podmornica A emitira zvuk frekvencije jednake četvrtom harmoniku koji nastaje na žici (mase 200 g, duljine 5m, napete silom od 10 N, učvršćenoj na oba kraja). Ako je brzina zvuka u vodi 1530 m/s, odredite frekvenciju zvuka koju detektira podmornica B.

**OF3 K1-4**

Vjetar puše brzinom od 15 m/s u smjeru gibanja šišmiša koji se giba brzinom 20 m/s prema moljcu te emitira zvuk frekvencije jednake 82 kHz. Ako je brzina zvuka u zraku 340 m/s, a moljac se giba se od šišmiša brzinom 36.0 km/h, odredite frekvenciju zvuka koju detektira šišmiš (reflektiranu od moljca). (Brzine su dane relativno u odnosu na tlo.)

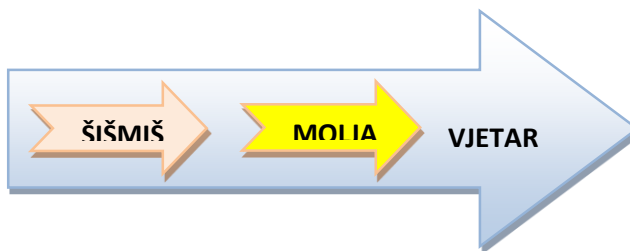
$$v_V = 15 \text{ m s}^{-1}$$

$$v'_\xi = 20 \text{ m s}^{-1}$$

$$v'_M = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_Z = 340 \text{ m s}^{-1}$$

$$f_{\xi I} = 82 \text{ kHz}$$



$$f_{\xi D} = ?$$

**Dopplerov efekt**

$f_d = f_i \frac{v_z \pm v_d}{v_z \pm v_i}$	$f_i \equiv$ frekvencija izvora; $f_d \equiv$ detektirana frekvencija	Predznaci se biraju tako da $f_d$ teži povećanju ako se radi o približavanju, te smanjivanju ako se radi o udalžavanju.
	$v_z \equiv$ brzina zvuka u mediju	
	$v_i \equiv$ brzina izvora u odnosu na medij	
	$v_d \equiv$ brzina detektora u odnosu na medij	

Kako se medij (zrak) giba brzinom  $v_V$  u odnosu na tlo, a brzine šišmiša  $v'_\xi$  i moljca  $v'_M$  dane su također u odnosu na tlo. Potrebno je prvo izračunati relativne brzine izvora i detektora (šišmiša i moljca) u odnosu na medij kojim se prenosi zvuk, odnosno zrak

$$v_\xi = v'_\xi - v_V = 20 \text{ m s}^{-1} - 15 \text{ m s}^{-1} = 5 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_M = v'_M - v_V = 10 \text{ m s}^{-1} - 15 \text{ m s}^{-1} = -5 \text{ m s}^{-1}$$

Šišmiš emitira zvuk frekvencije  $f_{\xi I}$  kojeg detektira moljac  $f_{MD}$ . Frekvencija, koju detektira moljac, iznosi (u brojniku - jer se detektor giba OD izvora pa detektirana frekvencija teži smanjenju, u nazivniku - jer se izvor giba PREMA detektoru pa detektirana frekvencija teži povećanju)

$$f_{MD} = f_{\xi I} \cdot \frac{v_Z - v_M}{v_Z - v_\xi}$$

Zvuk se reflektira od moljca i na taj način moljac postaje izvor zvuka frekvencije  $f_{MI} = f_{MD}$  kojeg ponovno detektira šišmiš kao zvuk frekvencije  $f_{\xi D}$  (u brojniku + jer se detektor giba PREMA izvoru pa detektirana frekvencija teži povećanju, u nazivniku + jer se izvor giba OD detektora pa detektirana frekvencija teži smanjenju)

$$f_{\xi D} = f_{MI} \cdot \frac{v_Z + v_\xi}{v_Z + v_M} = f_{\xi I} \cdot \frac{v_Z - v_M}{v_Z - v_\xi} \cdot \frac{v_Z + v_\xi}{v_Z + v_M}$$

$$f_{\xi D} = 82 \text{ kHz} \cdot \frac{340 \text{ m s}^{-1} + 5 \text{ m s}^{-1}}{340 \text{ m s}^{-1} - 5 \text{ m s}^{-1}} \cdot \frac{340 \text{ m s}^{-1} + 5 \text{ m s}^{-1}}{340 \text{ m s}^{-1} - 5 \text{ m s}^{-1}} = 82 \text{ kHz} \cdot \left(\frac{345}{335}\right)^2 \approx 87 \text{ kHz}$$



**OF3 K1-5**

Tijelo obješeno o oprugu nalazi se, u trenutku  $t = 0s$ ,  $10\text{ mm}$  od ravnotežnog položaja i giba se brzinom od  $-\pi\text{ cm/s}$  i akceleracijom  $-\pi^2\text{ cm/s}^2$ . Odredite period titranja te prikažite grafički ovisnost brzine o vremenu.

$$x(0) = 10\text{ mm} = 1\text{ cm}$$

$$v(0) = -\pi\text{ cm s}^{-1}$$

$$a(0) = -\pi^2\text{ cm s}^{-2}$$

$v - t$  graf,  $T = ?$

Harmonijski oscilator

Položaj tijela, koje harmonijski titra, dan je u ovisnosti o vremenu relacijom

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

pa njegova brzina i akceleracija iznose

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \quad , \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x(t) .$$

Period i (kutna) frekvencija povezani su relacijom

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} .$$

Kako je

$$a(t) = -\omega^2 x(t) ,$$

kutnu frekvenciju možemo izračunati iz omjera akceleracije i položaja u trenutku  $t=0$

$$\omega^2 = -\frac{a(0)}{x(0)} = -\frac{-\pi^2\text{ cm s}^{-2}}{1\text{ cm}} = \pi^2\text{ s}^{-2} \Rightarrow \omega = \pi\text{ rad s}^{-1} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\text{ s}$$

Za nacrtati  $v-t$  graf potrebno je pronaći još fazni pomak  $\varphi$  i amplitudu  $A$ . Kako je

$$\frac{v(t)}{x(t)} = -\omega \operatorname{tg}(\omega t + \varphi) , \quad A = \frac{x(0)}{\cos(\varphi)}$$

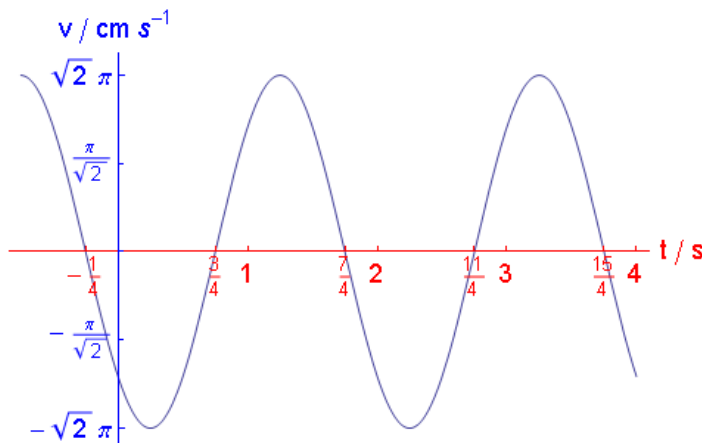
u trenutku  $t=0$  imamo

$$\operatorname{tg}(\varphi) = -\frac{v(0)}{\omega x(0)} = -\frac{-\pi\text{ cm s}^{-1}}{\pi\text{ s}^{-1} \cdot 1\text{ cm}} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} , \quad A = \frac{x(0)}{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1\text{ cm}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}\text{ cm} .$$

Znači, brzina tijela iznosi

$$v(t) = -\pi\sqrt{2} \sin\left(\pi\text{s}^{-1}t + \frac{\pi}{4}\right) \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v(t) = -\pi\sqrt{2} \sin\left[\pi\text{s}^{-1}\left(t + \frac{1}{4}\right)\right] \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$



**OF3 K1-6**

Vjetar puše brzinom od 5 m/s u smjeru sjevera, a šišmiš se giba brzinom 10 m/s prema jugu prema moljcu koji leti prema šišmišu brzinom 27.0 km/h. Šišmiš podešava frekvenciju emitiranog zvuka kako bi čuo zvuk (reflektiran od moljca) frekvencije 82 kHz. Ako je brzina zvuka u zraku 340 m/s, odredite frekvenciju zvuka koju emitira šišmiš. (Brzine vjetra, moljca i šišmiša dane su relativno u odnosu na tlo.)

$$v_V = 5 \text{ m s}^{-1}$$

$$v'_{\xi} = 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$v'_M = 27 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 27 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 7.5 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_Z = 340 \text{ m s}^{-1}$$

$$f_{\xi D} = 82 \text{ kHz}$$



$$f_{\xi I} = ?$$

**Dopplerov efekt**

$$f_d = f_i \frac{v_z \pm v_d}{v_z \pm v_i}$$

$f_i \equiv$  frekvencija izvora;  $f_d \equiv$  detektirana frekvencija  
 $v_z \equiv$  brzina zvuka u mediju  
 $v_i \equiv$  brzina izvora u odnosu na medij  
 $v_d \equiv$  brzina detektora u odnosu na medij

Predznaci se biraju tako da  $f_d$  teži povećanju ako se radi o približavanju, te smanjivanju ako se radi o udaljavanju.

Kako se medij (zrak) giba brzinom  $v_V$  u odnosu na tlo, a brzine šišmiša  $v'_{\xi}$  i moljca  $v'_M$  dane su također u odnosu na tlo, potrebno je prvo izračunati relativne brzine izvora i detektora (šišmiša i moljca) u odnosu na medij kojim se prenosi zvuk (zrak)

$$v_{\xi} = v'_{\xi} + v_V = 10 \text{ m s}^{-1} + 5 \text{ m s}^{-1} = 15 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_M = v'_M - v_V = 7.5 \text{ m s}^{-1} - 5 \text{ m s}^{-1} = 2.5 \text{ m s}^{-1}$$

Šišmiš emitira zvuk frekvencije  $f_{\xi I}$  kojeg detektira moljac  $f_{MD}$ . Frekvencija, koju detektira moljac, iznosi (u brojniku + jer se detektor giba PREMA izvoru pa detektirana frekvencija teži povećanju, u nazivniku – jer se izvor giba PREMA detektoru pa detektirana frekvencija teži povećanju)

$$f_{MD} = f_{\xi I} \cdot \frac{v_Z + v_M}{v_Z - v_{\xi}}$$

Zvuk se reflektira od moljca i na taj način moljac postaje izvor zvuka frekvencije  $f_{MI} = f_{MD}$  kojeg ponovno detektira šišmiš kao zvuk frekvencije  $f_{\xi D}$  (u brojniku + jer se detektor giba PREMA izvoru pa detektirana frekvencija teži povećanju, u nazivniku - jer se izvor giba PREMA detektora pa detektirana frekvencija teži povećanju)

$$f_{\xi D} = f_{MI} \cdot \frac{v_Z + v_{\xi}}{v_Z - v_M} = f_{\xi I} \cdot \frac{v_Z + v_M}{v_Z - v_{\xi}} \cdot \frac{v_Z + v_{\xi}}{v_Z - v_M} \Rightarrow f_{\xi I} = f_{\xi D} \cdot \frac{v_Z - v_{\xi}}{v_Z + v_M} \cdot \frac{v_Z - v_M}{v_Z + v_{\xi}}$$

$$f_{\xi I} = 82 \text{ kHz} \cdot \frac{340 \text{ m s}^{-1} - 15 \text{ m s}^{-1}}{340 \text{ m s}^{-1} + 2.5 \text{ m s}^{-1}} \cdot \frac{340 \text{ m s}^{-1} - 2.5 \text{ m s}^{-1}}{340 \text{ m s}^{-1} + 15 \text{ m s}^{-1}} \approx 82 \text{ kHz} \cdot 0.9 \approx 74 \text{ kHz}$$

**OF3 K1-7**

Student proizvodi zvuk frekvencije 256 Hz i kreće se prema zidu konstantnom brzinom 1.33 m/s. Kolika je frekvencija udara (koje čuje student) nastalih superpozicijom izvornog zvuka i jeke? Koliko bi se brzo trebao kretati da frekvencija udara bude 5 Hz?

$$f = 256 \text{ Hz}$$

$$f_{U2} = 5 \text{ Hz}$$

$$v_1 = 1.33 \text{ ms}^{-1}$$

---


$$f_{U1}, v_2 = ?$$

Udari nastaju superpozicijom izvornog zvuka frekvencije  $f$  i jeke čija se frekvencija malo mijenja zbog gibanja studenta. Frekvencija jeke  $f'$  (ona frekvencija koju čuje student) povećana je u donosu na frekvenciju zvuka reflektiranog od zida  $f_R$  zbog gibanja studenta (detektora) prema zidu

$$f' = f_R \cdot \frac{v_Z + v_1}{v_Z}$$

dok je frekvencija reflektiran od zida (ona koju zid „čuje“) također povećana zbog gibanja studenta (u ovom slučaju izvora)

$$f_R = f \cdot \frac{v_Z}{v_Z - v_1}$$

Prema tome

$$f' = f \cdot \frac{v_Z + v_1}{v_Z - v_1}$$

Frekvencija udara jednaka je razlici frekvencija zvukova čijom superpozicijom nastaju, odnosno frekvencije jeke i frekvencije izvornog zvuka

$$f_{U1} = f' - f = f \cdot \left( \frac{v_Z + v_1}{v_Z - v_1} - 1 \right) = f \cdot \left( \frac{2v_1}{v_Z - v_1} \right)$$

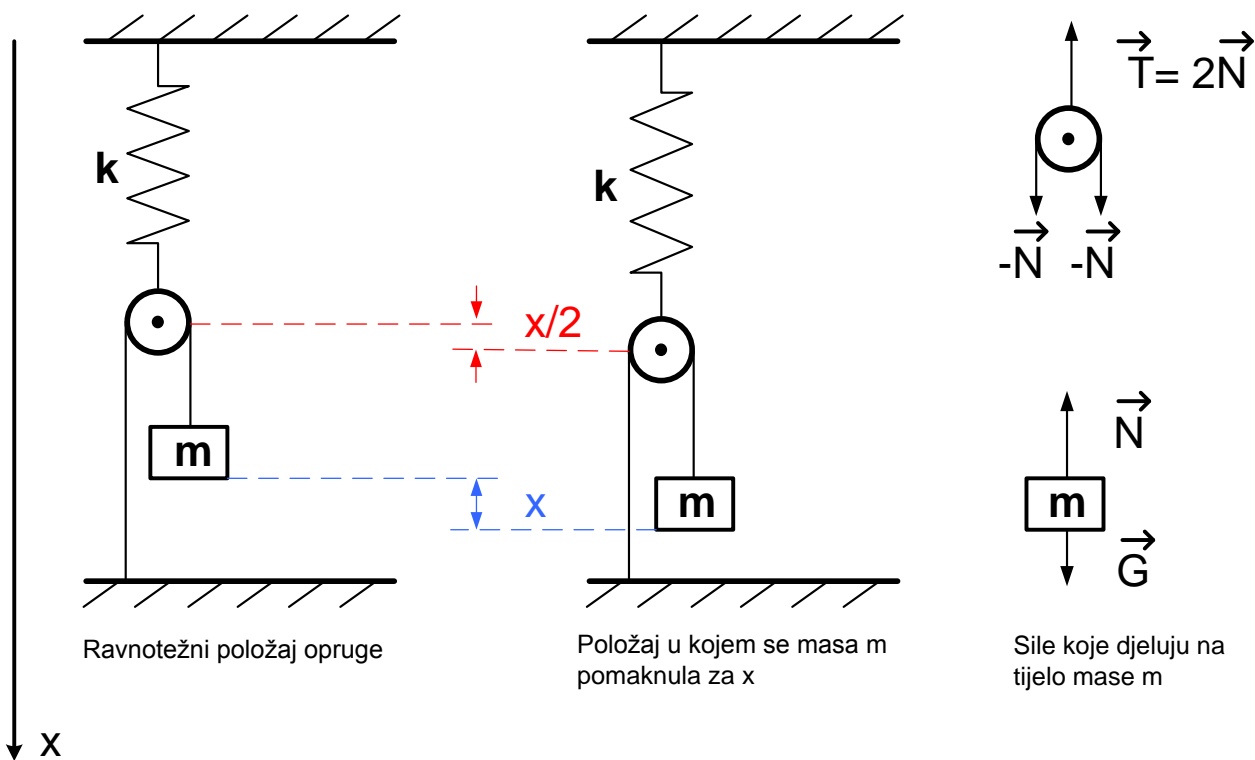
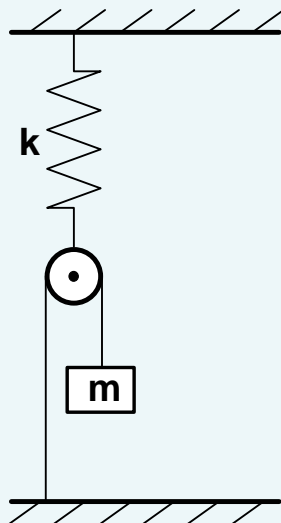
$$f_{U1} = 256 \text{ Hz} \cdot \left( \frac{2 \cdot 1.33}{343 - 1.33} \right) = 1.99 \text{ Hz}$$

Prethodno dobivenu relaciju iskoristi ćemo za računanje brzine  $v_2$  pri kojoj bi frekvencija udara bila  $f_{U2}$

$$f_{U2} = f \cdot \left( \frac{2v_2}{v_Z - v_2} \right) \Rightarrow v_2 = \frac{f_{U2} \cdot v_Z}{2f - f_{U2}} = 3.38 \text{ m/s}$$

**OF3 K1-11**

Odredite akceleraciju tijela mase  $m$  koje titra obješeno preko koloture o oprugu konstante elastičnosti  $k$  kao na donjoj slici. U početnom trenutku tijelo je izmaknuto prema dolje za  $x_m$  i pušteno. Masu koloture i sile otpora zanemarite.



$$\vec{a}(t) = -\frac{kx_m}{4m} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{4m}} \cdot t\right) \hat{i}$$